

Лабораторная работа N 3.

Декомпозиция полигонов на треугольники.

Если внутренние углы при всех вершинах полигона меньше 180 градусов, то такой полигон называется **выпуклым**. На Рис. 1 внутренний угол при вершине Р больше 180 градусов. Такая вершина называется **невыпуклой**. Если полигон имеет хотя бы одну невыпуклую вершину, то он будет невыпуклым.

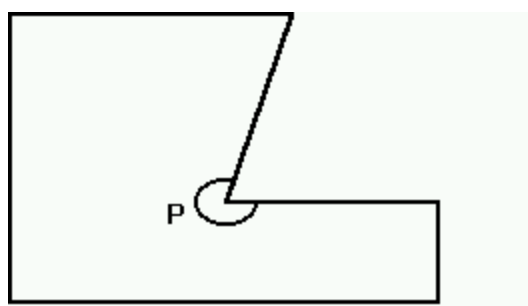


Рис. 1

Операция разбивки выпуклого полигона на треугольники проста (см. Рис. 2). Если вершины полигона пронумеровать последовательно P_0, P_1, \dots, P_{n-1} , а затем вычертить диагонали $P_0P_2, P_0P_3, \dots, P_0P_{n-2}$, то этого будет достаточно. В невыпуклом полигоне, как на рис. 3, этот простой способ работать не будет, поскольку некоторые из диагоналей могут выходить за пределы полигона.

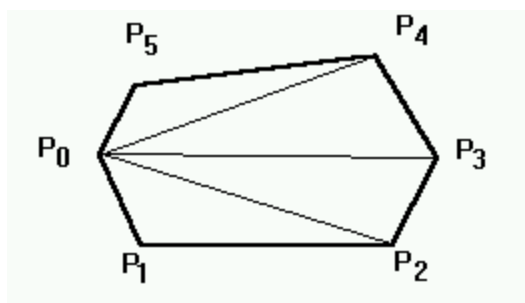


Рис. 2

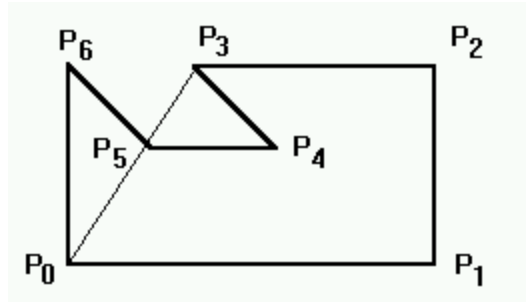


Рис. 3

Как определить выпуклость вершины? Предположим, что P_{i-1}, P_i, P_{i+1} обозначают три соседние вершины. Если вершины перечислены в порядке обхода против часовой стрелки, то в этом случае P_i будет выпуклой вершиной тогда и только тогда, когда три вершины P_{i-1}, P_i, P_{i+1} именно в этом порядке будут обходиться в направлении против часовой стрелки. В качестве контр примера рассмотрим Рис. 4 в котором обход тройки $P_1P_2P_3$ выполняется по часовой стрелке. Вершина P_2 является невыпуклой и диагональ P_1P_3 лежит вне полигона.

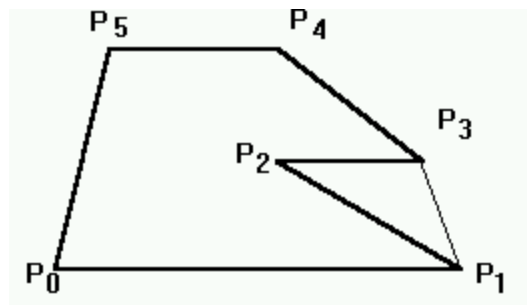


Рис. 4

Таким образом диагональ $P_{i-1}P_{i+1}$ может быть только кандидатом для наших целей, если три вершины $P_{i-1}(x_{i-1}, y_{i-1}), P_i(x_i, y_i), P_{i+1}(x_{i+1}, y_{i+1})$ именно в этом порядке, обходятся в направлении против часовой стрелки, то есть если

$$D = \begin{vmatrix} x_{i-1} & y_{i-1} & 1 \\ x_i & y_i & 1 \\ x_{i+1} & y_{i+1} & 1 \end{vmatrix} > 0$$

Это условие является необходимым, но, недостаточным, как показано на Рис. 5. Здесь точки P_0, P_1, P_2 обходятся именно в таком порядке, в направлении против часовой стрелки, но отрезок P_0P_2 нельзя использовать для деления полигона на треугольники.

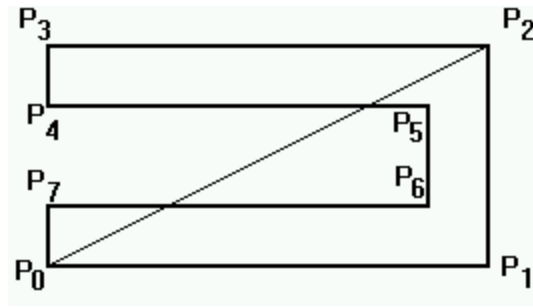


Рис. 5

Такой ситуации можно избежать, если принимать во внимание также длину диагоналей. Будем выбирать наикратчайшую диагональ P_{i-1}, P_{i+1} которую может иметь выпуклая вершина P_i между точками P_{i-1} и P_{i+1} . Эта диагональ используется для отсечения треугольника $P_{i-1} P_i P_{i+1}$. Затем таким же образом проверяется оставшийся полигон и так далее. Технически это реализуется ведением целочисленного массива v_0, \dots, v_{m-1} , содержащего номера вершин оставшегося полигона. Вначале задаем $m=n$ и $v_i=i (i=0, 1, \dots, n-1)$. Каждый раз при отсечении треугольника число m уменьшается на единицу.

В данной работе полигоны удобно выводить на экран с помощью оператора DrawPoly, а координаты точек обрабатывать как массив типа PointType.

Задание.

Написать программу, которая разбивает любой полигон на треугольники.

Координаты полигонов для проверки:

Вариант 1

X	270	270	400	500	380	420	360	360
Y	300	200	160	230	370	260	280	210

Вариант 2

X	280	200	270	480	550	490
Y	340	270	80	70	210	310

Вариант 3

X	210	160	320	270	430	480
Y	360	220	90	210	180	400

Вариант 4

X	140	130	360	210	420	480	400	390
Y	320	100	50	210	280	410	300	380

Вариант 5

X	210	160	290	600	470	350
Y	380	100	200	170	390	270

Вариант 6

X	190	120	200	310	460	290	590	550
Y	400	160	210	90	90	310	120	400

Вариант 7

X	220	120	480	320	560	390	600
Y	410	110	60	200	190	360	440

Вариант 8

X	270	170	400	290	490	580	400
Y	430	340	60	240	200	390	420